

CAPITULO XII

PUENTES DE CORRIENTE ALTERNA

12.1 INTRODUCCION.

En el Capítulo IX estudiamos el puente de Wheatstone como instrumento de medición de resistencias por el método de detección de cero. En este capítulo vamos extender el principio de funcionamiento de la configuración puente a circuitos de corriente alterna, para poder realizar mediciones de inductancias y capacitancias aplicando el mismo procedimiento.

12.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO.

En principio, un puente de corriente alterna consta de cuatro ramas cada una de las cuales tiene cierta impedancia, una fuente de voltaje AC y un detector de cero, interconectados de la manera mostrada en la Figura 1.

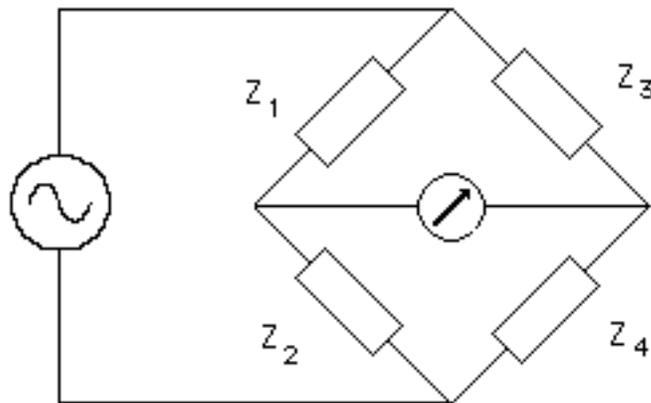


Fig. 1.- Puente de corriente alterna.

Analizando este circuito podemos concluir que, en forma similar al puente de Wheatstone, cuando no hay circulación de corriente por el detector de cero se cumple la relación:

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \quad (12.1)$$

Como la impedancia de una rama depende tanto del valor de los parámetros de los elementos circuitales como de la frecuencia de operación, esta última también tiene influencia sobre el balance del puente, por lo que en general, además de indicar los valores de resistencias, capacitancias e inductancias para los cuales se obtiene dicho balance, es necesario especificar la frecuencia a la que se está trabajando.

Algunos puentes se diseñan de tal forma que el balance de los mismos no depende de la frecuencia de operación, pero estos son casos particulares y no constituyen la regla general.

En este análisis estamos suponiendo que los parámetros de los elementos del circuito, esto es, las resistencias, capacitancias e inductancias, son independientes de la frecuencia dentro de rango en que estamos trabajando.

El rango de frecuencias en el que va a operar un determinado puente depende del oscilador y del detector de cero utilizados en su diseño. Entre los detectores más empleados se encuentran los audifonos, los galvanómetros de AC y los osciloscopios.

Otra característica de estos puentes es que no es posible conseguir el balance para cualquier combinación de resistencias, capacitancias e inductancias que queramos conectar en sus ramas. En efecto, supongamos que Z_1 y Z_2 son resistencias, Z_3 es un inductor y Z_4 un capacitor. Según la relación (12.1) se debe cumplir que:

$$R_1(j\omega L_3) = R_2(-j/\omega C_4) \quad (12.2)$$

No existe ninguna combinación de ω , R_1 , R_2 , L_3 , C_4 y capaz de cumplir con la relación anterior, ya que para que esto fuese posible, alguno de los cinco parámetros debería ser negativo, lo cual físicamente no tiene sentido.

12.3 COMPONENTES A MEDIR CON EL PUENTE DE CORRIENTE ALTERNA.

Los inductores y capacitores reales no son puramente reactivos, sino que presentan una cierta disipación de potencia, que podemos representar en un modelo circuital mediante una resistencia conectada en serie o en paralelo con el elemento ideal. De acuerdo con esto, podemos utilizar los modelos presentados en la Figura 2.

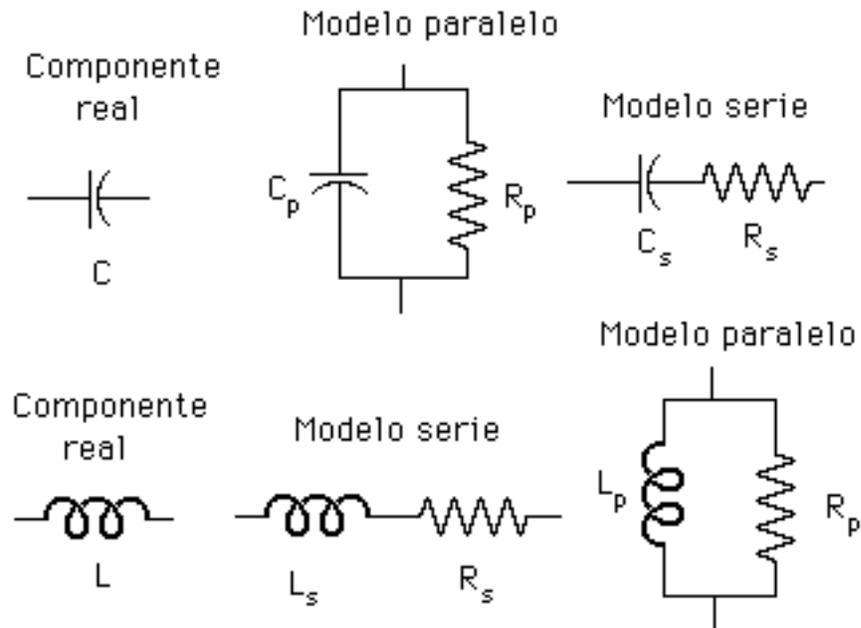


Fig. 2.- Modelos circuitales de capacitores e inductores

Con los puentes de corriente alterna podemos determinar tanto la componente reactiva como la resistiva de un elemento real. El determinar los parámetros del modelo serie o del modelo paralelo dependerá de la configuración del puente que estemos utilizando, como veremos más adelante.

Por lo general, el elemento real no se especifica indicando su parámetro reactivo y su resistencia sino que en lugar de esta última, se indica el valor de sus parámetros Q o D . Estos últimos están definidos de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{\omega L_s}{R_s} = \frac{R_p}{\omega L_p} \\
 D &= \frac{R_s}{\omega L_s} = \frac{\omega L_p}{R_p}
 \end{aligned}
 \tag{12.3}$$

Para un inductor

$$\begin{aligned}
 Q &= \frac{1}{\omega R_s C_s} = \omega R_p C_p \\
 D &= \omega R_s C_s = \frac{1}{\omega R_p C_p}
 \end{aligned}
 \tag{12.4}$$

Para un capacitor

Como podemos observar $Q=1/D$.

Estos parámetros son indicadores de cuánto se aproxima un elemento real a su modelo ideal correspondiente. Analizando las distintas expresiones podemos concluir que cuanto menor sea la resistencia serie de un elemento o mayor sea su resistencia paralelo mayor será Q . Para los elementos ideales $Q = \infty$.

Los puentes comerciales están diseñados de forma que indican directamente el valor del parámetro inductivo (L ó C) y el de Q . Según el valor de Q conviene utilizar una de las dos configuraciones que vamos a estudiar a continuación.

12.4 PUENTE DE MAXWELL.

Dado un inductor real, el cual puede representarse mediante una inductancia ideal con una resistencia en serie (L_x, R_x), la configuración del puente de Maxwell permite determinar el valor de dichos parámetros a partir de un conjunto de resistencias y un condensador, ubicados de la forma mostrada en la Figura 3.

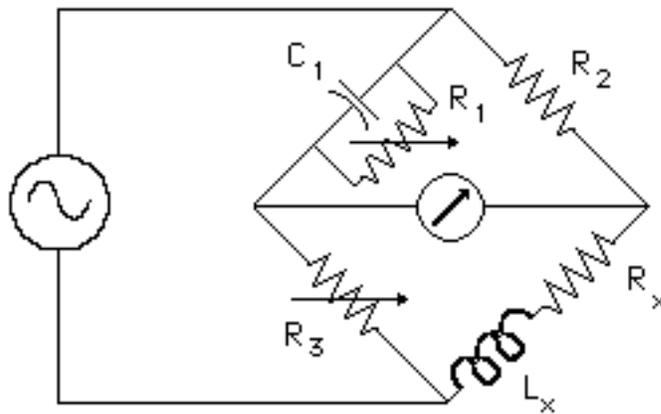


Fig. 3.- Puente de Maxwell para medir los parámetros de un inductor.

El hecho de utilizar un capacitor como elemento patrón en lugar de un inductor tiene ciertas ventajas, ya que el primero es más compacto, su campo eléctrico externo es muy reducido y es mucho más fácil de blindar para protegerlo de otros campos electromagnéticos.

La relación existente entre los componentes cuando el puente está balanceado es la siguiente:

$$Z_1 Z_x = Z_2 Z_3 \quad (12.5)$$

$$Z_1 Z_x = R_2 R_3 \quad (12.6)$$

$$Z_x = R_2 R_3 Y_1 \quad (12.7)$$

$$Y_1 = \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \quad (12.8)$$

$$Z_x = R_2 R_3 \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right) \quad (12.9)$$

$$R_x + j\omega L_x = R_2 R_3 \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right) \quad (12.10)$$

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (12.11)$$

$$L_x = R_2 R_3 C_1 \quad (12.12)$$

$$Q = \frac{\omega R_2 R_3 C_1}{\frac{R_2 R_3}{R_1}} = \omega R_1 C_1 \quad (12.13)$$

En primer lugar, podemos observar que los valores de L_x y R_x no dependen de la frecuencia de operación, sino que están relacionados únicamente con los valores de C_1 y R_1 , R_2 y R_3 .

Por otra parte, existe una interacción entre las resistencias de ajuste, ya que tanto R_1 como R_3 intervienen en la ecuación de R_x , mientras que en la de L_x solo interviene R_3 .

De acuerdo con esto, es necesario realizar varios ajustes sucesivos de las dos resistencias variables hasta obtener la condición de cero en el detector. Por lo tanto, el balance de este tipo de puente resulta mucho más complejo y laborioso que el de un puente de Wheatstone de corriente continua.

El puente tipo Maxwell también se utiliza para determinar el valor de condensadores reales cuyo modelo circuital consta de una conductancia ideal en paralelo con una resistencia que representa las pérdidas óhmicas. La configuración del circuito en este caso es la presentada en la Figura 4.

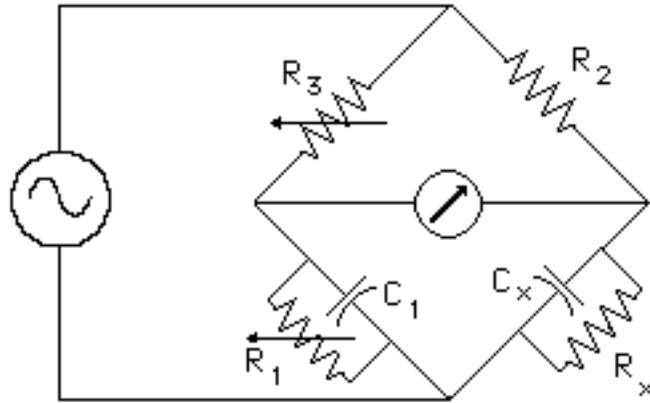


Fig. 4.- Punte de Maxwell para medir los parámetros de un condensador.

La ecuación en la condición de equilibrio es:

$$Z_1 R_2 = Z_x R_3 \quad (12.14)$$

$$Y_x R_2 = Y_1 R_3 \quad (12.15)$$

$$Y_x = \frac{R_3}{R_2} Y_1 \quad (12.16)$$

$$\frac{1}{R_x} + j\omega C_x = \frac{R_3}{R_2} \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right) \quad (12.17)$$

$$R_x = \frac{R_1 R_2}{R_3} \quad (12.18)$$

$$C_x = \frac{R_3}{R_2} C_1 \quad (12.19)$$

$$Q = \omega \frac{R_1 R_2}{R_3} \frac{R_3}{R_2} C_1 = \omega R_1 C_1 \quad (12.20)$$

Como en el caso anterior, los valores de C_x y R_x son independientes de la frecuencia, e igualmente existe interacción entre los elementos de ajuste, debido a que ambos aparecen en la expresión de R_x .

Si los parámetros de ajuste fuesen R_1 y C_1 en lugar de R_1 y R_3 , desaparecería la interacción presente actualmente.

La desventaja de un puente en el que el elemento variable es un condensador es el hecho de que resulta difícil hallar capacitores variables de precisión con valores comprendidos dentro de un rango adecuado para poder hacer un diseño de este tipo.

La configuración del Puente de Maxwell ofrece muy buenos resultados siempre y cuando la Q del circuito no sea demasiado grande, esto es, mientras R_x del inductor no sea muy pequeña o R_x del condensador no sea excesivamente grande, ya que en caso contrario, R_1 debería tomar valores mayores que los que ofrecen las resistencias de ajuste disponibles. En estos casos es necesario utilizar otro tipo de configuración, que analizaremos a continuación.

12.5 PUENTE DE HAY.

La configuración de este tipo de puente para medir inductores reales, cuyo modelo circuital consta de una inductancia en serie con una resistencia es la mostrada en la Figura 5.

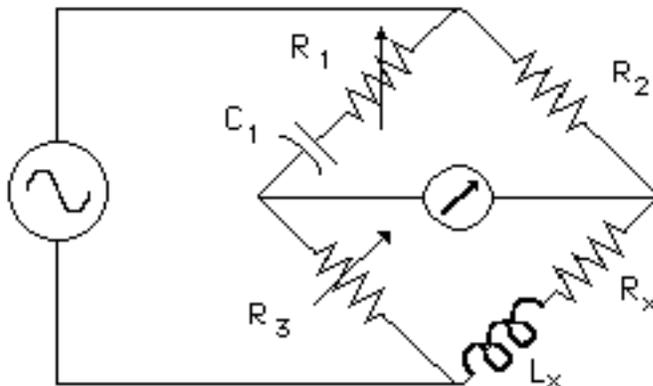


Fig. 5 .- Puente de Hay para medir los parámetros de un inductor.

La ecuación de balance para este puente es la siguiente:

$$(R_1 - j\frac{1}{\omega C_1})(R_x + j\omega L_x) = R_2 R_3 \quad (12.21)$$

Esta ecuación puede separarse en las siguientes:

$$R_1 R_x + \frac{L_x}{C_1} = R_2 R_3 \quad (12.22)$$

$$R_1 \omega L_x - \frac{R_x}{\omega C_1} = 0 \quad (12.23)$$

De donde:

$$L_x = \frac{R_2 R_3 C_1}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2} \quad (12.24)$$

$$R_x = \frac{\omega^2 C_1^2 R_1 R_2 R_3}{1 + \omega^2 C_1^2 R_1^2} \quad (12.25)$$

$$Q = \frac{\omega L_x}{R_x} = \frac{\omega R_2 R_3 C_1}{\omega^2 C_1^2 R_1 R_2 R_3} = \frac{1}{\omega C_1 R_1} \quad (12.26)$$

Como podemos observar, los valores de L_x y R_x además de depender de los parámetros del puente, dependen de la frecuencia de operación y las expresiones para calcular L_x y R_x son complejas.

Ahora bien, en el punto anterior indicamos que esta configuración la vamos a utilizar cuando el valor de Q sea elevado, ya que en caso contrario es conveniente emplear el puente de Maxwell.

Como $Q = 1/\omega C_1 R_1$, cuando $Q \gg 1$, podemos considerar que los denominadores tanto de L_x como de R_x son igual a 1, sin introducir en la medición del inductor un error mayor que el debido a la exactitud con la que se conoce el valor real de los otros elementos del puente. Con esta aproximación, las fórmulas para L_x y R_x son:

$$L_x = C_1 R_2 R_3 \quad (12.27)$$

$$R_x = \omega^2 C_1^2 R_1 R_2 R_3 \quad (12.28)$$

Utilizando estas relaciones se puede calcular el valor de L_x y R_x en forma mucho mas directa. Podemos considerar que a partir de $Q=10$, este valor es lo suficientemente grande como para realizar la aproximación.

Para medir condensadores reales, cuya representación circuital es una capacitancia en paralelo con una resistencia, la configuración del puente de Hay es la mostrada en la Figura 6.

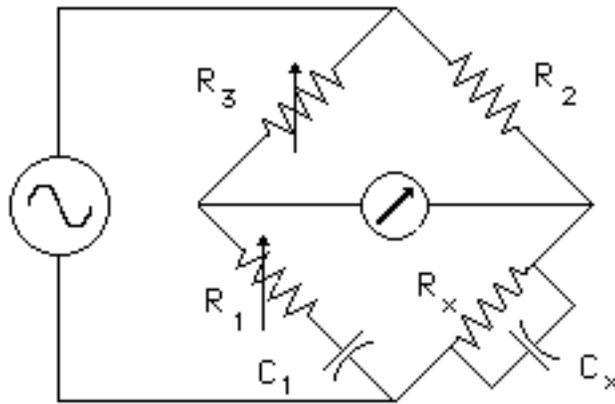


Fig. 6.- Puente de Hay para medir los parámetros de un condensador.

Las relaciones que se cumplen cuando el puente está balanceado son:

$$R_2 \left(R_1 - j \frac{1}{\omega C_1} \right) = R_3 Z_x \quad (12.29)$$

$$\frac{R_3}{R_2} = \left(R_1 - j \frac{1}{\omega C_1} \right) \left(\frac{1}{R_x} + j \omega C_x \right) \quad (12.30)$$

De donde:

$$\frac{R_1}{R_x} + \frac{C_1}{C_x} = \frac{R_3}{R_2} \quad (12.31)$$

$$R_1 w C_x - \frac{1}{w C_1 R_1} = 0 \quad (12.32)$$

Despejando C_x y R_x obtenemos:

$$C_x = \frac{R_3}{R_2} \frac{C_1}{(1+w^2 R_1^2 C_1^2)} \quad (12.33)$$

$$R_x = \frac{R_2 (1+w^2 R_1^2 C_1^2)}{w^2 C_1^2 R_1 R_3} \quad (12.34)$$

$$Q = w R_x L_x = \frac{1}{w C_1 R_1} \quad (12.35)$$

Como en el caso anterior, si $Q \gg 1$, las ecuaciones de C_x y R_x se pueden simplificar de la siguiente forma:

$$C_x = \frac{R_3}{R_2} C_1 \quad (12.36)$$

$$R_x = \frac{R_2}{W^2 C_1^2 R_1 R_3} \quad (12.37)$$

12.6 MEDICION DE INDUCTANCIAS APLICANDO EL MODELO PARALELO.

Deseamos medir los parámetros de un inductor real cuyo modelo circuital es una inductancia con una resistencia en paralelo. El puente más apropiado para realizar este tipo de mediciones (suponiendo que Q no es muy alta ni excesivamente pequeña) es el presentado en la Figura 7.

Las ecuaciones cuando se cumple la condición de equilibrio son:

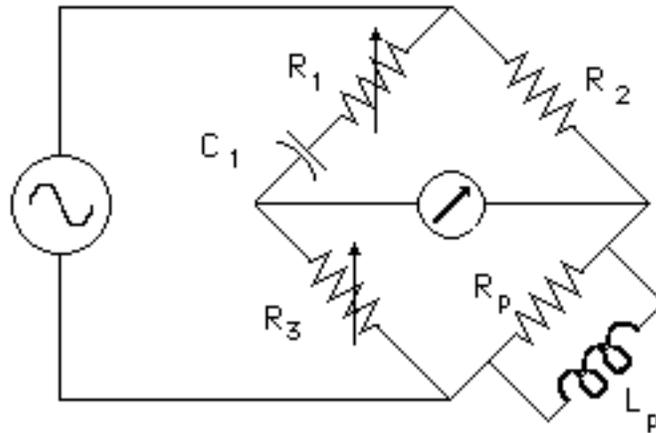


Fig. 7.- Medición de inductancias aplicando el modelo paralelo.

$$R_3 R_2 = Z_1 Z_p = \frac{Z_1}{Y_p} \quad (12.38)$$

$$Y_p = \frac{Z_1}{R_2 R_3} \quad (12.39)$$

$$\left(\frac{1}{R_p} - \frac{j}{\omega L_p}\right) = \frac{1}{R_2 R_3} \left(R_1 - \frac{j}{\omega C_1}\right) \quad (12.40)$$

De donde:

$$R_p = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (12.41)$$

$$L_p = R_2 R_3 C_1 \quad (12.42)$$

$$Q = \frac{1}{\omega R_1 C_1} \quad (12.43)$$

12.7 MEDICION DE CAPACITANCIAS APLICANDO EL MODELO SERIE.

El puente más apropiado para realizar las mediciones de los parámetros de un condensador real utilizando el modelo serie es el presentado en la Figura 8.

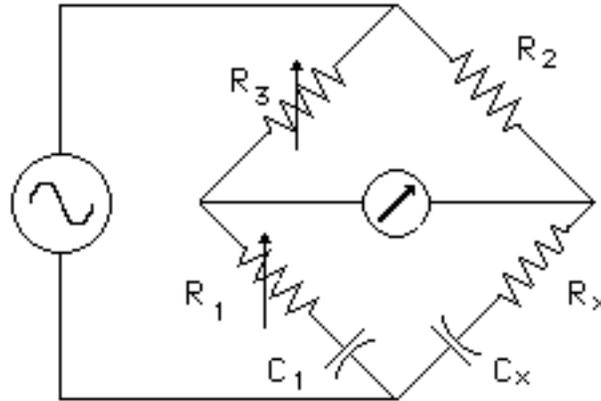


Fig. 8.- Medición de capacitancias aplicando el modelo serie.

Las relaciones que se cumplen cuando el puente está balanceado son:

$$R_3 \left(R_x - \frac{j}{\omega C_x} \right) = R_2 \left(R_1 - \frac{j}{\omega C_1} \right) \quad (12.44)$$

De donde:

$$R_x = \frac{R_1 R_2}{R_3} \quad (12.45)$$

$$C_x = \frac{R_3}{R_2} C_1 \quad (12.46)$$

$$Q = \frac{1}{\omega R_1 C_1} \quad (12.47)$$

12.8 DISEÑO DE UN PUNTE AC.

Para diseñar un puente de corriente alterna, debemos conocer los siguientes datos:

1.- Qué clase de elemento deseamos medir (inductor o capacitor).

2.- Cuál es el modelo circuital con el que deseamos representarlo (serie o paralelo).

3.- Cuál es el orden de magnitud de los parámetros que queremos medir (L, C, R, Q, D).

4.- Cuál es el rango de frecuencia en el que vamos a trabajar.

5.- Los valores y rango de variación de los elementos de que disponemos para implementar el puente.

Analizando en forma cualitativa un puente de corriente alterna, podemos concluir que al igual que en el caso del puente de Wheatstone, las mediciones que se realicen con él serán tanto mejores cuanto mayor sea la sensibilidad del detector de cero, mayor sea el voltaje pico a pico del generador de alterna y menores sean las impedancias de sus ramas. De las dos últimas condiciones deducimos que el valor máximo del generador dependerá de la máxima potencia que pueden disipar los componentes resistivos, el máximo voltaje que se les pueda aplicar a los componentes capacitivos y la máxima corriente que pueda circular por los componentes inductivos.

12.9 SENSIBILIDAD DEL PUENTE AC.

El concepto de la sensibilidad de un puente de corriente alterna es el mismo que para los puentes de Wheatstone, con la diferencia de que aquí se pueden definir dos sensibilidades: La correspondiente cuando se produce una variación de la parte reactiva del elemento incógnita y la correspondiente cuando se produce una variación de la parte resistiva de dicho elemento. Dichas sensibilidades se definen mediante la siguientes relaciones:

$$S = \frac{\text{Variación en el detector de cero}}{X_x} \quad (12.48)$$

$$S = \frac{\text{Variación en el detector de cero}}{R_x} \quad (12.49)$$